LA CONSTITUTION DE L'OBJET PHYSICO-MATHEMATIQUE D'APRES LA DYNAMIQUE DE LEIBNIZ

À la suite des récents travaux de Michel Fichant, François Duchesneau et Alberto Guillermo Ranea, et comme Yvon Belaval l'avait pressenti, nous savons aujourd'hui que les acquis principaux de Leibniz, qui lui valent dans l'histoire de la mécanique une place indiscutable, se mettent en place entre 1677 et 1678. C'est en effet dans le *De corporum concursu* qu'est procédé à la réforme de la mécanique, ouvrage dans lequel on ne retrouve pas l'animosité leibnizienne à l'égard des lois de Descartes, qui devient manifeste en 1686 notamment dans la *Brevis demonstratio*. Cependant, les premières *Animadversiones* de 1675 montrent que Leibniz était arrivé à des conclusions identiques à celles auxquelles Huygens de son côté était parvenu vers 1652-1656. Et même Leibniz va au-delà, puisqu'il refuse la validité de la première règle du choc symétrique pour des corps égaux, puisque le rejaillissement qui implique l'élasticité de la matière, arrive trop tard dans la IVème partie des *Principes de philosophie*.

Les lois du mouvement avancées par Descartes peuvent être invalidées de multiple manière. On peut les prendre en défaut en tenant le principe de continuité pour une règle de syntaxe que doit formellement respecter toute espèce de lois de la nature. Mais la méthode du bateau, image pour désigner un changement de repères entre des référentiels galiléens, peut aussi décider de leur inconsistance. Sur la constitution de l'objet physico-mathématique dans la philosophie naturelle telle que Leibniz la mène, pèse comme un "cahier des charges". Il s'agit de reconstituer un Kosmos où rien ne doit être, pour reprendre une formule disséminée dans le corpus, "*inane*, *sterile*, *incultuum*". Pour recourir aux *thêmata* de G. Holton, cela implique en particulier l'exclusion du vide, alors même que les expériences barométriques exposent la force élastique comme la plus haute que la nature et l'homme peuvent manier. Sur ce plan, l'homologie entre les deux célébrissimes égalités, e = mv2 et e = mc2 reste entière.

Dans ce que Hannequin avait appelé la "première philosophie", jusqu'à l'année 1676, fin du séjour à Paris, Leibniz était parvenu à une forme épurée d'un corpuscularisme dont il avait assez tôt désigné le double écueil, celui des atomes, avec la qualité quasi occulte d'une dureté infinie, et celle d'un fluide homogène parfait, qu'il fut tenté, dans les papiers métaphysiques de 1675, d'exprimer au moyen des indivisibles cavalériens. L'atomisme ne peut entrer dans la constitution d'un objet physico-mathématique qui doit rendre raison de la diversité inscrutable de la nature dont rend compte, sur le plan logique, le principe de l'identité des indiscernables. Leibniz va traquer les physiques imaginaires de Descartes, celle de nouvelles générations d'atomistes (Cordemoy, Huygens, Hartsoeker), après avoir séparé l'atome de ses virtualités dynamiques, dont l'attribution à Gassendi, l'un de ses premiers maîtres en physique, demande une mise au point plus nuancée.

En 1669, en prenant connaissance des réponses qu'avaient apportées Wallis, Huygens et Wren à propos des lois du choc des corps en fonction de leur degré de cohésion, Leibniz avait recopié les lois hugoniennes dans un texte préparatoire à la *Theoria motus abstracti et concreti*, en avançant déjà que les raisons du mouvement devaient apparaître à deux niveaux de formulation : d'une part, sur le plan des raisons abstraites du mouvement, considérant des corps purement géométriques, libérés de la pesanteur, sans résistance, et d'autre part, des corps inscrits dans le système du monde. Les raisons concrètes du mouvement, faisant fonds sur l'élasticité comme propriété essentielle d'un fluide incompressible, restaurent une intelligibilité de l'expérience que Descartes, de son propre aveu, ne pouvait pas établir. Le champ expérimental est défini par rapport à ce que Leibniz appelle les "phénomènes huguéno-wrenniens", dont il refuse cependant l'indépendance à l'égard d'entités théoriques, "forces primitives", dira-t-il plus tard, qui conditionnent l'adéquation de ce domaine à des contraintes globales, architectoniques.

Les historiens des sciences s'accordent à reconnaître que les contributions les plus positives de Leibniz à la mécanique tiennent à la prise de conscience du caractère systématique des trois lois de conservation mises en vedette dans l'*Essay de dynamique sur les lois du* *mouvement*, datant probablement de 1700, et dont aucune n'est en particulier une découverte leibnizienne : équation linéaire de conservation de la vitesse respective au cours du choc élastique, conservation de la même quantité de progrès ou du centre commun de gravité d'un système de corps entrant en concours, et, dérivée de celles-ci, l'équation de la conservation de la force vive. On mentionnera aussi, toujours à ce même titre, la mise en relation de la statique et de la dynamique par l'intervention des opérateurs de l'analyse infinitésimale. Celle-ci est rendue publique par la publication de la première partie du *Specimen dynamicum* de 1695, si bien que le gros travail qu'a représenté la rédaction de la *Dynamica de potentia et legibus naturae corporeae*, composée à l'occasion d'un périple en Italie de mars 1689 à mars 1690 et occupant presque la moitié du volume VI des *Mathematische Schriften* publiés par C. I. Gerhardt à la fin du XIXème siècle, document certes inachevé, mais tout de même l'un des rares traités d'ensemble que Leibniz a laissés à la postérité (et l'on sait qu'il n'en était pas coutumier), n'a influencé la Mécanique que par des voies indirectes.

Il faudrait mentionner alors les *Principia dynamica* de Wolff, les écrits de Samuel Koenig, les *Institutions de physique* de la marquise du Châtelet, et même les travaux de Maupertuis, sources probables des articles de D'Alembert qui se montre dans l'*Encyclopédie* très critique à l'égard du concept fondamental d'action motrice, à défaut cependant duquel nous ne disposerions que d'une réforme de la mécanique et non d'une *dynamique* au sens plein de Leibniz, science des effets mais aussi des causes du mouvement, c'est-à-dire des puissances, des forces et des actions motrices.

Manifestement ce texte, presque contemporain des *Principia mathematica* de Newton, a suscité une certaine gêne. A une certaine époque, il paraît ridicule de mettre sur le même plan les deux ouvrages. Les parallèles classiques, où ces deux grands esprits peuvent à bon droit et en toute égalité se mesurer, que ce soit à propos du calcul différentiel ou de la conception du temps et de l'espace, ne semblent plus avoir cours. René Dugas, dans son *Histoire de la mécanique au XVIIème siècle* consacre à Leibniz une page en évoquant l'action motrice, à côté de références à des correspondances où il est fait part du rôle crucial que remplit ce qui assurément représente une innovation, dans l'entreprise de démonstration a priori du théorème de conservation de la quantité des forces vives (op. cit., pp. 488-489). Se référant aux *Lectures de mécanique* de Jouguet, Dugas ne mentionne même pas la *Dynamica* dans son *Histoire de la mécanique* (qui, il est vrai, embrasse une période plus large). Ernst Mach ne le fait pas non plus, ce qui est moins surprenant, dans *La mécanique. Exposé historique et critique de son développement*.

Ce serait donc au renouveau actuel des recherches leibniziennes que l'on devrait un regain d'intérêt pour les sites textuels de la dynamique leibnizienne, s'il n'y avait eu le grand livre de Martial Gueroult, *Dynamique et métaphysique*, anonçant une série d'autres études, et dont le chapitre V analysait et discutait, certes avec profondeur, la *Dynamica*, mais en réduisant son investigation à un examen très critique des syllogismes où sont agencés les propositions nécessaires à la démonstration a priori, pour conclure, désabusé, à la non pertinence de l'action au sens de Leibniz. Certainement aurait-il souscrit à ce qu'écrivait Ranea dans une remarquable étude de la controverse Leibniz-Papin, prolégomène à la querelle des forces vives : "the a priori demonstration remains an obscure episode in Leibniz'career" **("The a priori Method and the *actio* concept Revised - Dynamic and Metaphysic in a unpublished controversy between Leibniz and D. Papin", *Studia Leibnitiana* Bd. XXI/1 -1989-, p. 69)**.

Mais plus récemment, en comparant la notion de vitesse de la *Dynamica* avec les *Discorsi* de Galilée, ce même exégète a proposé comme perspective de recherche une direction qui coïncide avec celle de M. Fichant, dans un article qui reévalue, dans un sens convergent avec F. Duchesneau, la dynamique en vertu de ses particularités stylistiques (**"From Galileo to Leibniz : motion, qualities and Experience at the Foundation of Natural Science", Revue internationale de philosophie, n°2/1994)**. Certainement est-ce ainsi qu'il faut considérer les choses, puisque Gilles Gaston Granger entend par "style" un contrepoids nécessaire pour compenser l'aspect trop assimilateur qu'une histoire récurrente des sciences peut souvent présenter, et valorise ainsi un examen moins prévenu de l'archive scientifique.

À travers ce passage en revue, on voit pointer comme un contraste entre l'intérêt intrinsèque de la *Dynamica*, lequel risquerait de paraître mince à qui n'est pas motivé par l'histoire des sciences dans sa relation à l'histoire de la philosophie, et sa situation de passage entre une tradition scientifique qui devait peut-être déjà sembler exotique aux servants du programme de recherche mécaniste, celle des écoles parisiennes et anglaises du XIVème siècle, et la proto-histoire du calcul des variations, qui renvoie dans l'histoire de la mécanique à un épisode où la fécondité de grands principes architectoniques et des causes finales commence à être respectée, tout en appelant néanmoins des tentatives de "laïcisation".

Comment insérer à la suite de cette rapide cartographie du commentaire, l'élaboration du physico-mathématique après avoir précisé ce qu'il n'a pu être en aucune manière dans la philosophie naturelle leibnizienne ? Car l'examen des actes de la réforme montre que Leibniz avait entendu autant que faire se pouvait sauver le principe cartésien de conservation, et c'est en posant comme axiome intangible la loi hugonienne de conservation de la quantité de progrès qu'il s'est convaincu de la nécessité d'y substituer un résultat qui est la conservation de la force vive, auquel seul une compréhension métaphysique pouvait lui donner une dimension manquée par Huygens.

En dépit du caractère quasi talismanique que prend aujourd'hui la référence au virtuel, et surtout du côté de tentatives se réclamant volontiers des philosophies de la nature, nous ne pouvons pas imaginer sans cette notion une caractérisation du physico-mathématique leibnizien. On pourrait à tout prendre, faire tenir la philosophie naturelle de Leibniz dans cette proposition : le virtuel n'équivaut en rien à une qualité occulte, pour peu que l'on considère une puissance "vêtue", moyen terme entre une faculté d'agir purement dispositionnelle et le passage à l'acte d'une force vive qui intègre des éléments de force morte, suffisante à ce que demande de concevoir la statique depuis Archimède. Alors la caractéristique du calcul infinitésimal peut reconstituer les enchaînements aristotéliciens de puissance et d'actualisation.

1/ La conception leibnizienne de la masse et l'opération de "ductus"

Le physico-mathématique donne lieu à la dualité des notions extensive et intensive dans la composition de l'action motrice, celle-ci étant susceptible d'une double résolution, soit dans le produit de la masse, de l'espace parcouru et de la vitesse comme grandeur intensive, soit, ce qui est équivalent, dans le produit de la masse, du temps d'exercice d'une force et du temps d'exercice de cette dernière. Auparavant, il faut noter que c'est en terme d'*intensio* et d'*extensio* que Leibniz avance une conception de la masse, puisqu'il procède de façon à déterminer de proche en proche tous les ingrédients conceptuels fondateurs de l'action motrice et partant, de la démonstration a priori, démarche très redevable d'une technologie de l'analyse des notions dont il s'est souvent voulu le promoteur.

Il faut alors considérer les quatre démonstrations dont la dernière est présentée "*ex abstractis a materia sensibili motuum rationibus*" ("à partir des raisons des mouvements abstraites de la matière sensible") comme une anticipation d'un résultat dont l'ordre synthétique est déroulé au moins dans la première partie de la *Dynamica de potentia*. Indiquons le plan suivi par Leibniz. La division majeure entre une dynamique simple ou abstraite et une dynamique concrète fait basculer la démonstration a priori de la conservation de l'action motrice où se trouve enchâssée la force vive du côté de l'ordre des raisons abstraites du mouvement.

De ce point de vue, Gueroult n'avait pas tort de voir dans la démonstration a priori une reprise d'un clivage précoce, celui de 1670-1671, où il détecte le fantôme d'une *phoronomia elementalis*. La phoronomie abstraite de la première philosophie naturelle, solidaire d'une algèbre des *conatus* menaçant la conservation du mouvement, ne sera jamais, faut-il le préciser, tenue pour intrinsèquement impossible. Il doit exister au moins un monde possible où s'appliquent les théorèmes de la *Theoria motus abstracti*. Mais dans le meilleur des mondes, le physico-mathématique ne peut cautionner une géométrisation intégrale qui viderait l'univers d'une réserve de force, de puissance, de virtualité.

La première partie de la dynamique ne saurait être ramenée à une dynamique abstraite parce que cette expression n'a pas de sens, à la prendre conceptuellement et littéralement. Pourtant, et voici qui n'est pas symétrique, la seconde partie de la *Dynamica* évoque toujours un "système" (respectivement, GM VI, 287-431, soit 144 pp., et 435-514, 79 pp.). C'est bien ce que manifeste la présence de la troisième et dernière section de la seconde partie, qui reprend le titre exact du travail de 1677-1678, *De concursu corporum*. Est-ce que Leibniz a grand chose à apprendre au baron de Bodenhausen, puisque tel devait être le destinataire, depuis l'époque pionnière de la réforme de la mécanique ? Le support des formules, comme on le voit aussi dans la correspondance avec Bernouilli, consiste en ressorts plutôt qu'en mouvements pendulaires. La conservation de la puissance absolue ouvre la série de vingt-cinq propositions, et promeut davantage l'équation plane du centre commun de gravité que la conservation des vitesses respectives. Au mouvement communiqué par traction et pression avec les forces mortes, il faut considérer aussi la précession de la poussée par le fléchissement quand se déclenchent les forces vives.

Puisqu'on a affaire ici au système concret du mouvement, Leibniz fait figurer en bonne place le congé signifié aux corps inflexibles (prop. 5) tout en se référant au "*principium quoddam generale*" rendu public en 1687, qui était déjà un lemme important dans les *scheda* de la réforme. Immédiatement, il en résulte l'affirmation que le *gradus velocitatis* d'un grave en chute libre doit passer par la série dense de tous les états intermédiaires. Mais on ne trouve pas une synthèse des résultats obtenus au cas par cas du choc élastique direct ou oblique. Leibniz en dira ou plutôt en montrera davantage dans les secondes *Animadversiones* contre de Descartes, celles de 1692. Peut-être ce qui intéresse Leibniz est-il ici d'avancer l'étude du centre de gravité puisque l'idée importe autant dans la dynamique du choc élastique que dans la statique.

Rassemblant les matériaux les plus aboutis du copieux dialogue *Phoranomus seu de potentia et legibus naturae* (composé à Rome, juillet 1689), où, faute du concept d'action, Leibniz n'est pas parvenu à ployer aux raisons quadratiques les lois règles du mouvement uniforme, la quatrième section aurait traité de la théorie des machines simples. Pour cette raison, on assure parfois que la *Dynamica de potentia* constituerait la troisième science nouvelle galiléenne, tant Leibniz souhaite toujours s'inscrire dans une tradition.

La dynamique alors prolonge le traitement de la percussion par Galilée, laquelle se rapporte incommensurablement comme l'infini au fini à la simple pression. Eût-il été impensable de diviser selon une partie consacrée à la force morte et une autre traitant de la force vive et de l'action ? Les "*dynamica*" auraient alors recouvert la statique et une dynamique proprement dite. Le plan de l'ouvrage indique donc bien que la place de la démonstration a priori n'est pas la seconde partie, lieu où saisir l'exercice d'effets violents dans le système universel, mais bien la première, inscrite dans le déploiement d'une phoronomie abstraite. La précession de la dynamique simple par rapport à la dynamique du système souligne aussi à dessein une mise en correspondance de l'action avec un mouvement essentiel, "*per se*", mouvement "*innocuus*" de l'action "libre", et suggère que métaphysiquement, le mouvement "violent" résulte de l'exercice du mouvement essentiel.

Exposée sous une forme à la fois euclidienne et scolastique par ses divisions, la *Dynamica*, pourtant nourrie de métaphysique, expose d'abord une métrique des puissances. La question de l'estime des forces était devenue cruciale à l'occasion des controverses avec Catelan et Papin. C'est la raison pour laquelle Leibniz reprend des éléments d'une théorie générale des mesures qui a été mise au point dans les opuscules de géométrie de situation, comme le montre la définition de la quantité comme "nombre de parties incommunicantes" (I pars, sect. 1, cap. 1, def. 1 et 5) qui sous-entend une théorie du continu. Il s'agit de déterminer le module d'action dont la répétition permet de fonder une *Mathesis* appliquée à la physique.

On est ensuite frappé de l'importance qu'accorde Leibniz aux définitions de la densité et de la gravité spécifique. Pourtant, il poursuit tout de même l'objectif de réduire la considération de la masse en mouvement à celle d'un point sans partie où le transport de la matière est réduit au mouvement du centre de gravité. Leibniz commet-il à cet endroit le cercle qu'a reproché en particulier Mach à Newton ? "Au sujet du concept de*masse*, remarquons en premier lieu que la définition qu'en donne Newton et suivant laquelle la masse est la *quantité de matière* d'un corps, déterminée par le produit du volume et de la densité, est malheureuse. Le cercle vicieux est évident puisque l'on ne peut définir la densité que commme masse de l'unité de volume" (Ernst Mach, *La mécanique. Exposé historique et critique de son développement*, trad. E. Bertrand, Gabay, pp. 189-190), ce qui n'enlève rien d'ailleurs au mérite que reconnaît Mach à Newton, celui d'avoir nettement distingué le premier la masse et le poids (op. cit., p. 187).

Leibniz distingue notionnellement masse et poids, et on retrouve cette distinction à la proposition 9 du chap. 1 de la section 5 de la Ière partie, sous la forme d'un *impetus* restreint, produit de la vitesse et du volume du mobile, alors que l'*impetus* absolument parlant est formé du produit du poids et de la vitesse du mobile (cf. *Conspectus Phoranomus*, p. 860). Il faut distinguer l'impetus restreint du "*tractus*", produit du volume par la longueur parcourue, ce qui suggère fortement que dans l'*impetus* la vitesse est orientée. Dans le cas où il n'est question du chemin que du seul centre de gravité, le "*tractus*" coïncide avec l'espace (en l'occurrence la longueur) parcouru. (cf. cap. 3, *Conspectus phor.*). Leibniz utilise indifféremment les termes "*protractio*" ou "tractus".

On retrouve donc une interdéfinissabilité analogue aux *Principia mathematica*, mais sans l'arrière-fond explicite des expériences sur les pendules relatées par Newton. Intégrée dans l'action motrice, la masse représente une quantité de matière qui s'identifie au poids dans le cas des graves, donc ce que la démonstration a priori ne prend pas préjudiciellement en compte. Ainsi, la gravité spécifique d'un corps est-elle mesurée par le quotient de la masse et du volume ou du poids sur le volume. Au début de la section 5 de la Ière partie, Leibniz assure qu'il n'y a aucune dissemblance dans la matière, et que c'est par commodité que l'on admet qu'il y a plus de matière dans les corps plus lourds ou les corps plus denses, la variété de la densité étant assurée par la présence de pores et par les processus de condensation et de raréfaction.

Dans un corps de densité variable, il faudra rechercher le mouvement du centre de gravité. Leibniz ajoute (prop 11 du chapitre "Examen phorométrique") que s'il n'y avait que des densités homogènes dans la nature, il n'y aurait pas à proprement parler de densité, ce qui revient à affirmer qu'une grandeur intensive n'existe que différentiellement. D'après cette hypothèse, il s'ensuivrait alors que le volume et la masse coïncideraient.

Mais c'est à un autre horizon conceptuel que Leibniz renvoie, quand il conçoit le volume comme extension et la densité comme intension de la matière. La masse étant en raison composée du volume et de la densité, elle rassemble extension et intension de la matière. Si l'on veut suivre les indications apportées par P. Duhem et G. Châtelet dans *Les enjeux du mobile*, on retrouve ainsi chez Avicenne et surtout Gilles de Rome une détermination de la densité comme quantité intensive. Le physico-mathématique articule ainsi une quantité dimensionnelle, soit une extension, à une quantité virtuelle.

- L’inertie naturelle proportionnelle à la masse :

Leibniz admet aussi bien une *inclinatio ad quietem*, autrement appelée inertie keplerienne, qu’une *inclinatio ad statum retinendum* : une formule approchant le principe classique d’inertie n’est pas absente des *dynamica* : “Fateor unumquodque manere in statu suo, donec ratio sit mutationis, quod est metaphysicae necessitatis pirncipium ; sed aliud est statum retinere donec sit quod mutet, quod etiam facit per se indifferens ad utrumque, aliud est multoque plus quod continet rem non esse indifferentem sed vim habere et velut inclinationem ad statum retinendum atque adeo resistere mutanti” (GP II, 176, lettre du 26/03 ou 03/04 1699 à De Volder, éditeur des oeuvres posthumes de Huygens).

Le principe d’inertie devient un cas particulier du principe de raison, lequel gouverne aussi en bonne position les premiers théorèmes de la statique à partir des conditions de symétrie, conditions d’ailleurs extensibles aux percussions des corps dans leurs concours, telles qu’elles sont restitués par Huygens ou Mariotte. Leibniz peut alors associer à la préférence de la matière pour le repos un principe métaphysique de constance d’état, étant entendu que ce n’est pas cette constance qui est désignée par le terme d’inertie.

2 / Vitesse et méthode des “ductus”

Dans la *Dynamica*, la vitesse est justiciable de deux types d’approche. Comme “*gradus velocitatis*” ou “*affectio*”, elle porte avec elle une charge métaphysique. Elle est aussi, plus banalement un paramètre phoronomique. La caractérisation du mouvement uniforme n’évoque que des rapports proportionnels de temps et d’espace et fait donc l’économie de la vitesse, qui est mentionnée dans un titre de chapitre au chapitre 3 de la section 2 de la Ière partie, et à propos du mouvement équidistribué, puis dans le chapitre suivant pour le cas du mouvement uniforme et équidistribué. Elle est d’abord “affection du mobile” (déf. 2) dans le cas du mouvement également distribué, au chap. 2, *De la puissance motrice absolue démontrée a priori*. Rapportée à la mesure de l’action, Leibniz invite à considérer la promptitude avec laquelle un transport de masse est effectué sur une certaine longueur, qui dispose ainsi d’un “*velocitatis gradus*” (voir aussi la déf. 6 du chap. 3 de I : par là, il désigne, au-delà de l’effet formel, l’action, elle aussi formelle).

Le titre de la section 4 *De la vitesse difforme* prend certainement son origine des physiques médiévales. On sait qu’il a eu l’occasion de lire à Florence, à l’époque où il composait la *Dynamica de potentia*, le traité de Swyneshead connu sous le nom du “Calculateur” et intitulé :*Calculationes de Motu et intensionibus et remisionibus formarum seu qualitatum* (composé entre 1328 et 1350), auquel il s’est référé en divers lieux et correspondances sur la foi d’oeuvres de disciples (*Op. et frag.*, p. 177 et cf. *Iter italicum*, pp. 285-287). Cet aspect de la physique médiévale est à inscrire dans sillage de Duns Scot qui fut l’un des premiers à considérer l’*intensio* et la *remissio* de formes (*intensio*, dans la *Dynamica*, devant être alors tenue pour générique par rapport à la *remissio*, voir Carl Boyer, dans *The history of the calculus and its conceptual development*, p. 74 -- 79).

Au chapitre 2 du *Liber calculationum* de celui qu'on apelle aussi Jean Suisset ou Suiseth, est exposé le théorème du degré moyen à propos d'un accroissement uniformément difforme de degrés de chaleur, de densité, de vitesse, cela va de soi, et de l'intensité de lumière (cf. aussi P. Duhem, *Etudes sur Léonard de Vinci*, III, 477-481).

- Les "ductus"

Leibniz préfère puiser son bien chez Grégoire de Saint-Vincent, auquel il renvoie aussi dans la correspondance avec De Volder, plutôt qu'aux ressources de sa "spécieuse" infinitésimale. Au livre VII de l'*Opus geometricum quadrature circuli et sectionum coni (*1647), la méthode dite des "ductus" permet de donner une représentation graphique des intensités et de figurer de manière homogène des produits de grandeurs qui ne le sont pas. Leibniz lui consacre explicitement un chapitre particulier :*De ductibus seu de aestimationum compositione*, de la *Dynamica de potentia* (GM VI, 307-319), dans la 1ère section (*De quantitate materiae et aestimatione in universum*) de la *Prima pars*.

Dans la *Dynamica*, un "ductus" désigne ce qui résulte du produit d'une série de quantités par une autre série correspondante en conservant un ordre. Leibniz tient à distinguer le "*ductus ordinatim*" du "*ductus*" absolument parlant, qui est équivalent à la multiplication en nombres. Le "*ductus ordinatim*" a été traduit par Duchesneau par "produit ordonné". Jean-Pierre Le Goff, dans son article "De la méthode dite d'exhaustion : Grégoire de saint-Vincent (1584-1667)", paru dans le colloque inter-IREM *La démonstration mathématique dans l'histoire*, n'hésite par sa part à utiliser le verbe "duire" et le substantif "duction". Ainsi Leibniz peut proposer une phorométrie réductible à des mouvements uniformes : "Convenant proprement au mouvement constant, ces principes peuvent s'appliquer au mouvement variable, et j'appelle alors "raisons composées en ordre", comme j'use de dire multiplier une figure par une figure, telles que les a conçues Grégoire de Saint-Vincent, est en raison composée des figures "en ordre", par lesquelles elles se montrent multipliées"[1]. On consultera la proposition 4 du chap. 2 *De potentia motrice absoluta demonstrata a priori* : si les vitesses sont représentées par des droites, les puissances qui sont les carrés des vitesses se laissent montrer sur des rectangles ; cf. aussi, au chap. 2, la définition de la puissance absolue : l'action motrice étant en raison composée des temps et des puissances, le

[1] "Haec pertinent proprie ad motum aequabilem, possunt tamen et ad inaequabilem accommodari, et tunc rationes ordinatim compositas voco, uti dicere soleo ductus figurae in figuram, quales concepit Gregorius a S. Vincentio, esse in ratione ordinatim composita figurarum, quibus invicem ductis prodeunt" (GP II, 220). De Volder, dans la lettre XV du 13 février 1701, approuve la suggestion : "Et je ne doute pas que les principes du mouvement variable peuvent être appliqués, pourvu que le rapport de l'accroissement ou du décroissement de vitesse suive le rapport des temps, quel que soit celui que l'on pose" ("Nec dubium est, quin eadem principia motui inaequabili applicari queant, modo respectu temporum constet ratio incrementi vel decrementi velocitatis, qualiscunque demum ea ponatur". GP II, 222).

“ductus” des temps et des puissances représente l’action, et de là, la force vive se laisse entendre comme une action instantanée.

On a le sentiment que Leibniz part de l’homogénéité parallèle de la quantité de matière et du mouvement pour découvrir dans les méthodes médiévales ou contemporaines de représentation des instensités une voie pour introduire progressivement un procesus de différentiation dans le physico-mathématique. Cf. fig. 38 qui illustre la déf. du “ductus” : AB est un liquide dont les parties vers le fond sont plus lourdes. Afin d’estimer le poids, il faut attribuer des gravités spécifiques aux sections parallèles au fond. Mais en substituant aux gravités spécifiques un *impetus* ou quantité de mouvement, à la sommation de degrés de vitesse peuvent être substitués des degrés de gravité dans un corps de gravité spécifique inhomogène.

La méthode des “*ductus*” expose quelques propriétés principales de la relation engagée, surtout la commutativité et la composition sans limite dimensionnelle. On voit ainsi que le moment statique suppose cinq dimensions, dimensions spatiales composées avec le poids puis les distances. Ce que Galilée applique, sous la forme du théorème de degré moyen qu’on sait exister chez Nicolas Oresme, décidant de l’équivalence entre un rectangle et un triangle, l’un représentant une vitesse moyenne et l’autre une accélération uniformément accélérée (*Discorsi*, 3ème journée, théor. 1, repris en*Dynamica*, ibid., prop. 16) devient un procédé général permettant de mettre en relation un degré de vitesse et une série de déformations réglées de cette constance.

- Application de l’analyse infinitésimale à la phorométrie (chap. 4 *Spec calc anal pro phorometria dynamica*) :

La méthode des “ductus” vaut aussi longtermps que les parties du mobile sont d’une densité égale, pour des mouvements équidistribués avec des vitesses uniformes pour n’importe quelle partie du temps du mouvement. Mais si la densité ou la vitesse varient, Leibniz explique qu’il faut recourir aux notations du calcul différentiel et intégral. Quand un grave accélère son mouvement, il faut admettre une différence dv entre une vitesse v et une vitesse infiniment proche (v). Il est donc là question d’un incrément momentané de vitesse. Par ailleurs “dt” et “de” notent l’élément de temps et de l’élément d’espace parcouru, comme “g” désigne la gravité spécifique de n’importe quel élément, ou des *signa*, terme venu de la *Theoria motus abstracti* pour ici nommer un quasi point ou élément de matière. La majuscule G désignera la gravité spécifique du tout.

L’analyse infinitésimale se révèle donc adéquate dans la *phusis*, elle n’est pas nécessaire pour considérer métaphysiquement le mouvement.

3 / Du mouvement à l’action

On est surpris de voir Leibniz attirer d’abord l’attention sur le mouvement circulaire. Il ne s’agit certes plus d’un privilège cosmologique ou d’un point de vue relativiste restreint, mais de la particularité du mouvement d'un objet dont les parties peuvent rester congruentes entre elles au cours d'une translation : anneau, tore, cylindre, sphère. Il arrive ainsi à dissocier mouvement et changement de lieu, puisque dans le cas du mouvement circulaire, le mobile ne change pas de lieu. C'était au tout début du chapitre précédent, *De la quantité de matière ou du volume et de la densité*, déf. 1 du volume, qu'une notion de "lieu propre" d'un corps apparaissait. Soit 1A un mobile transféré dans une sphère en 2A (fig. 34). Le lieu propre de 1A coïncide avec le minimum susceptible d'être occupé. Tant qu'on peut concevoir une coupure sur la sphère B sans rejeter le mobile en dehors de celle-ci, le lieu propre de celui-ci n'est pas délimité.

On peut alors dire que le mouvement est accompagné d'un changement de lieu propre quand une partie homogène, et non un point pour une surface ou un axe immobile, change de lieu à son tour. Réciproquement, on voit en quoi la notion de repos peut être compliquée, selon que l'on accorde que le repos implique soit une absence de changement de lieu, soit une absence de mouvement. En un certain sens, dans le cas du mouvement circulaire, par exemple celui, apparent, de la sphère des fixes, le repos et le mouvement entrent en coïncidence. La trajectoire (*via motus*) qualifiée par l'ensemble des lieux congruents que parcourt un mobile en un intervalle de temps permet aussi de faire valoir que le lieu propre du mobile et la trajectoire coïncident dans le cas du mouvement circulaire.

Ces considérations, dans la *Dynamica*, précèdent l'une des propositions les plus célèbres de la dynamique leibnizienne, mise en vedette dans le *Specimen dynamicum* de 1695. Celle-ci est obtenue à partir d'une demande capitale pour le calcul infinitésimal et son application à la dynamique, selon laquelle on ne peut concevoir de relation entre le mouvement et le repos qui les différencierait au point de suspendre tout principe de continuité entre eux. En géométrie, la considération de termes dits homogones entre eux assimile, ainsi au début de *L'Analyse des infiniments petits* du marquis de L'Hôpital, une courbe à un polygone infinitangulaire. En mécanique, c'est identifier le repos à un état inassignable de mouvement, chose indispensable à une analyse correcte du choc élastique, et par là, établir une continuité entre force morte et force vive, et du même coup entre statique et dynamique au sens de théorie des puissances et de l'action, sans abolir pour autant la spécificité de leur domaines respectifs de compétence.

En effet, Descartes avait abusé de la doctrine statique en universalisant la conservation de l'*impetus*. Les mécaniciens ultérieurs tenteront une réduction de la statique à la dynamique, avance Mach à propos de Varignon (op. cit., p. 44). Le problème suivant se dessine. Si on souhaite comprendre le mouvement d'un point tel que celui du centre de gravité d'un corps ou d'un système mécanique, comment accorder un changement de lieu avec le mouvement d'une partie homogène d'un point, celui-ci étant par définition sans parties ? On consultera les*Opuscules géométriques* : le point est ce qui est le lieu d'aucun autre point ; cf. aussi le chap. 3 de la même section, *De la vitesse dans le mouvement équidistribué*. déf. 1 : "est mû d'un mouvement également distribué ce dont le point décrit une ligne égale à une ligne décrite dans un même temps par n'importe quel point du mobile". Donc toutes les vitesses de n'importe quel point dans un mouvement équidistribué sont égales. Et par conséquent, le mouvement circulaire ne peut être équidistribué. Mais on peut aussi concevoir une vitesse moyenne entre les points d'un mobile mû d'un mouvement inégalement distribué.

A la proposition 5 (GM VI, 333), Leibniz peut à la fois assurer que tout ce qui est vrai d'un mouvement équidistribué est réductible à ce qu'on affirme du mouvement d'un point, à la manière, note-t-il, dont en logique ce qu'on affirme universellement se retrouve dans les propositions singulières. Il voit bien que parler d'un mouvement équidistribué au sujet d'un point n'est pas satisfaisant sur le plan de l'exactitude de la définition donnée ("Interim fateor vocabulum motus aequidistributi puncto non satis convenire ; sed cum defectu verborum laboremus, sufficeret constare de re"). Mais il est possible de rappeler une vieille idée, puisqu'elle remonte à la *Theoria motus abstracti*, de points dotés de parties indistantes que mesurent les angles, les *signa*.

Le mouvement équidistribué d'un mouvement uniforme n'est bien entendu pas général, mais c'est ce type de mouvement qui est nécessaire à la démonstration a priori. Il faut en effet que soit conçue une répétition simple d'un module en fonction du temps d'exercice. On en arrive ainsi à l'idée d'un mouvement simplement simple, à la fois uniforme, rectiligne, équidirigé et équidistribué. Leibniz ainsi produit un objet phoronomique abstrait fondé sur la congruence des états, une congruence phoromique parallèle à la congruence des objets de la géométrie de situation. Dans la caractéristique géométrique, il avait été jusqu'à avancer une propriété d'"hypallélité", c'est-à-dire d'une congruence entre des formes poursuivie jusqu'à la coïncidence interne des parties constituantes. Celui qui proclame l'universalité de l'identité des indiscernables n'a cessé de construire l'objet abstrait inverse qui l'infirmerait dans la *Mathesis*.

Dans un mouvement simplement simple, en tant qu'on se borne à la seule considération du mouvement, l'état d'un point ne peut être discerné d'un état précédent, si ce n'est par le critère extrinsèque de rapports de situation eu égard à un référentiel extérieur. Les représentations de mouvements simplement simples ne peuvent convenir entre elles davantage à moins de coïncider, faut-il donc comprendre. La recherche du module pour l'estime de l'action nous a donc mené à découvrir l'essence du mouvement, si bien que le mouvement simplement simple peut être réputé "*per se*" (prop. 8), condensant par là des critères qui peuvent être distribués séparément dans la nature (ainsi une armée en marche présente un mouvement équidirigé).

Etre conçu par soi revient à disjoindre le mouvement de ses circonstances ordinaires de production, suggère de neutraliser toute cause productrice de mouvement, mis à part une force qui ne semble liée à aucun véhicule, à aucune médiation entre le mouvement causé et l'entité théorique source de celui-ci : modalités sur lesquelles Leibniz s'est penché en physicien, telle la force de la gravité, dans le *De causa gravitatis*, la résistance des milieux et l'élasticité depuis *Hypothesis physica nova* et les calculs sur le frottement vers 1675. Et c'est bien cette épure que suppose le mouvement qui est l'effet de la "constance naturelle" dont il était question plus haut, cette constance relevant d'un principe substantiel, auquel ne cesse de s'opposer l'*inertia naturalis* à proportion de la masse. Un corps en mouvement surmonte son inertie par sa force active, et agit en ce sens sur lui-même. Comme la masse résiste à l'entéléchie, laquelle s'oppose à ce qu'un corps en mouvement entre en repos, il peut ainsi y avoir une action et une réaction dans un même mobile.

Aussi Leibniz s'excuse-t-il régulièrement d'intervenir en métaphysicien, comme le montrent les traces textuelles que sont la distinction entre mouvement "*per se*" ou essentiel et mouvement modal, ou encore la définition de la vitesse comme "affectio" du mobile.

L'effet formel résulte du produit de la longueur par la masse (déf. 10, trad.,n, p. 171). "Formel" signifie qu'on ne considère précisément rien d'autre que le mouvement du mobile, abstraction faite des obstacles extérieurs, comme de tout ce qui peut faciliter le mouvement. L'effet formel est l'action considérée dans un résultat indépendant des circonstances de sa production. Une masse (pratiquement identifiée à un poids) a été déplacée visiblement à telle distance. Seul un comptage du temps de la prestation peut décider d'une inégalité des actions, même devant le constat d'une égalité des effets formels. Etablir l'action au-delà de l'effet formel réclame la position d'un axiome que Leibniz tente de faire admettre comme évident à quelques-uns de ses correspondants. Effectivement c'est comme axiome qu'est avancé, entre les propositions 3 et 4 du chapitre 1, *De l'action formelle du mouvement et de son effet* : "le fait que la même quantité de matière soit mue sur une même longueur en un temps moindre, constitue une action plus grande" (GM VI, 363).

Dans une lettre adressée à Burchard de Volder, on lit que "la production d'un même effet comporte plus d'être lorsqu'elle est plus rapide, et (…) gagner du temps est une chose aussi importante dans la nature" que dans le train ordinaire de la vie sociale, serait-on tenté d'ajouter. Ce qui va devenir l'axiome de la mineure dans la démonstration a priori relève en fait d'une maxime plus générale selon laquelle "tout ce qui ménage le terrain ou réceptacle des choses est une perfection : moins de lieu pour la même quantité de substance, moins de matière pour la même force, moins de sujet pour les mêmes degrés de qualité, moins de temps pour le même effet" (lettre à Papin du 10 mars 1700, cit. par Ranea, art. cit., p. 58). On touche certainement là à des exigences de nature architectonique sans que pour autant l'action soit considérée comme une quantité elle-même à minimiser, comme ce sera le cas dans le calcul des variations. Même en optique, si Leibniz dans l'*Unicum opticum* de 1682 en appelle à ce que la lumière suive un chemin de moindre résistance, où la somme des distances parcourues par un rayon multipliés par la résistance du milieu, il se garde d'oublier les cas où il faut maximiser au contraire une quantité. (cf. Rescher, LMN, p. 50).

Ce qui est formellement un même effet (une même masse transportée sur un espace donné) peut correspondre à la prestation d'actions différentes. Un même effet formel ne suppose pas que soient égaux les paramètres de masse et d'espace, puisqu'ils peuvent se compenser s'ils sont inversement proportionnels. Dans la démonstration a posteriori, on affirme que le même effet (violent) est de monter une livre à quatre pieds et quatre livres à un pied. Cette compensation qui semble calquée sur la compensation des masses et des hauteurs dans le cas de l'équivalence du mouvement violent de la force vive et du travail, ne doit pas bien entendu conduire à confondre effet formel et travail, la compensation dans le cas de l'effet violent et la compensation dans le cas de l’effet formel, même si l’étrangeté stylistique de la dynamique leibnizienne en vient à rapprocher (à notre étonnement) le problème du transport de fardeaux et un mouvement de type inertiel, soit une situation où une force engendre un travail en surmontant un obstacle, et un exercice plus comparable à l’action qualifiée par Leibniz, dans ces circonstances, d’”actio libera”.

La réaction de Papin à la lecture du *De causa gravitatis* de 1690 (synthèse de la controverse avec Catelan et Papin) est exemplaire du sentiment qu’il ne peut exister de force sans quelque obstacle à vaincre.Un mouvement horizontal à vitesse uniforme dans un milieu non résistant contrevient également d’après Papin à la loi d’égalité d’action et de réaction, alors que Leibniz y voit au contraire une illustration éclatante de pureté de cette même loi, avant de songer, dans une correspondance adressée à Bernoulli, de manière toute anthropomorphique, à la rapprocher, au grand scandale de Martial Gueroult, de l’action d’un homme qui court. La répugnance du coureur qui préfère parcourir une seule lieue en une heure plutôt que deux en deux heures (GM III, 257) porte témoignage de ce que la seconde prestation correspond bien à une action double de la première. Le traitement de cette question par Coulomb dans son *Mémoire sur la force des hommes* (1778) soulignera encore l’hétérogénéité de l’exemple du coureur. Elever un fardeau ou le transporter d’un lieu à un autre ne correspondent pas au même travail, puisque, dans le cas où le fardeau est le corps, “dans le premier cas < celui du transport d’un homme qui monte un escalier > ils sont obligés , à chaque pas, d’élever leur centre de gravité à la hauteur d’une marche, tandis que les hommes qui parcourent un chemin horizontal donnent à leutr corps une vitesse parallèle au terrain ; que cette vitesse n’est pas détruite par la pesanteur, en sorte qu’ils n’ont à produire à chaque pas que le transport alternatif des jambes et l’élévation très peu considérable de leur centre de gravité” (*op. cit.*, p. 279, cité par F. Vatin, *Le travail, économie et physique*, 1780-1830, PUF, 1993, p. 52).

Il semble alors que ces lignes rendent moins anthropomorphique la *captatio benevolentiae* leibnizienne, qui sera reprise dans un style de quasi vulgarisation par la marquise du Châtelet dans son ouvrage d’obédience encore leibnizienne, *Institutions de phuysique* (§ 575 de la 2ème éd. de 1742, Amsterdam, pp. 457-458). Citons le texte de la marquise avant de le comparer avec un des syllogismes de la démonstration a priori :

“Cette doctrine peut être confirmée par un raisonnement fort simple, et que tout le monde fait naturellement quand l’occasion s’en présente : que deux voyageurs marchent également vite, et que l’un marche pendant une heure, et fasse une lieue, et l’autre deux lieues pendant deux heures, tout le monde convient que le second a fait le double du chemin du premier, et que la force qu’il a employée à faire deux lieues, est double de celle que le premier a employée pour faire une lieue : or, supposant maintenant qu’un troisième voyageur fasse ces deux lieues en une heure, c’est-à-dire, qu’il marche avec une vitesse double, il est encore évident que le troisième voyageur, qui fait deux lieues dans une heure, emploie deux fois autant de force que celui qui fait ces deux lieues dans deux heures : car on sait que plus un courrier doit marcher vite, et faire le même chemin en moins de temps, plus il lui faut de force, ce que tout courrier sent si bien qu’il n’y en a point qui ne veuille être d’autant mieux payé, qu’il va plus vite ; or puisque le troisième voyageur emploie deux fois plus de force que le second, et que le second en emploie deux fois plus que le premier, il est évident que le voyageur qui marche avec une double vitesse pendant le même temps, emploie quatre fois plus de force ; et que par conséquent les forces que ces voyageurs ont dépensées, seront comme le carré de leur vitesse".

On se dirige vers la querelle des forces vives : le temps d'exercice ne peut-il pas compenser la vitesse ? Mais les statuts ontologiques ne sont pas équivalents : le temps est un être de raison, alors que les formulations post-leibniziennes de la conservation des forces vives mettent l'accent sur les obstacles.

Si la conservation de la force vive manifeste l'équivalence de la force et du travail, celle de l'action motrice attire l'attention sur un exercice conservatif de forces qui ne travaillent pas. Dans le cas des forces vives, le principe de conservation stipule une clause de limitation : l'effet ne peut pas rendre ni plus ni moins que la cause. Du point de vue de l'argumentation, elle est exprimée par le recours au raisonnement apagogique : si il en allait autrement, c'est-à-dire si l'équipollence de la cause pleine et de l'effet entier n'était pas reconnue, il y aurait une "*surerogatio*", terme qui se rapporte par ailleurs dans la tradition religieuse au registre de la charité, du don sans contrepartie que serait le mouvement perpétuel mécanique, par opposition à une conversion intégrale de l'énergie potentielle en énergie cinétique.

"Jusqu'ici on ne pouvait pas réduire les problèmes de mécanique à ceux de la pure géométrie, car les lois du mouvement n'étaient pas arrêtées. Maintenant j'ai trouvé moyen de tout déterminer par une réduction *ad absurdum*. Car de même que les géomètres démontrent leurs théorèmes parce qu'autrement une chose serait plus grande qu'elle-même, tout de même je démontre les règles du mouvement, parce qu'en supposant le contradictoire, une chose serait plus puissante qu'elle-même, c'est-à-dire qu'il y aurait moyen de faire un mouvement perpétuel purement mécanique" (à De la Chaise, mai 1680, A, II, I, 511, cit. par A. Robinet, 1986, p. 224. Voir aussi les textes des *Nouveaux essais sur l'entendement humain* que cite Jean-Louis Gardies dans *Le raisonnement par l'absurde*).

Les titres des opuscules de physique insistent sur un légicentrisme qui met en vedette les contraintes globales auxquelles les "maximes subalternes de la nature" sont assujettis. La nature devient le système des systèmes mécaniques plus ou moins isolés, nécessaire pour spécifier à quoi appliquer un principe de conservation (II, cap. 1, prop. 7). Notons que le principe de conservation n'est pas déduit d'un attribut divin, mais qu'il est présenté comme découlant de la nécessité d'avoir à mesurer des forces, à laquelle s'associe la considération de l'univers comme un système où la force ne peut que se conserver puisqu'il n'y n'y a rien en dehors de l'univers et que les effets peuvent redevenir des causes. D'où la proposition 8 : "si le système considéré est l'univers, n'ayant aucune communication avec un extérieur, il y aura conservation de la même puissance dans l'univers". Le fil directeur semble être plutôt le suivant : pour mesurer les forces, on doit recourir au principe de l'équipollence de la cause pleine et de l'effet entier qui donne une relation réversible.

La nature prise comme le système dernier des objets physico-mathématiques, non communicants, symbolise avec le monde de l'artifice, les deux formant des ensembles d'effets mécaniques violents, comme la chute des graves, supposée par Galilée relation fonctionnelle des hauteurs de descente avec les carrés des vitesses, ou comme la compression de ressorts. La définition 1 (trad. p. 194) de la IIème partie avance que dispose de force non seulement ce qui est tendu, suspendu, mais aussi un récipient contenant un liquide avant d'ouvrir un robinet, ce qui permet d'intégrer l'hydrostatique et l'hydrodynamique.

D'après la figure 136 illustrant la seconde définition de la seconde partie, l'effet entier consiste dans la totalité des ressorts qu'un mobile peut tendre au cours de son mouvement, jusqu'au dernier et pas avant le dernier. Si le pendule était le paradigme de l'équipollence, le ressort devient celui de l'obstacle qui dissipe la force vive : le mouvement ralenti d'une boule sur un tapis compresse une multitude de petits ressorts que l'on qualifiera d'"absolus" à l'époque de la querelle des forces vives, que S'Gravesande expérimente être aussi proportionnels aux carrés des vitesses. La deuxième partie s'ouvre sur la notion de "thème", sujet d'action capable d'agir une fois levé tout obstacle que Leibniz propose d'appeller "liaisons". On dira que ce qui est détruit par une liaison est thème d'une force morte. Leibniz ajoute : "nempe activa sunt, seu per se agunt, quae non nisi sublatione impedimenti opus habent" (GM VI, 435). Il serait évidemment très tentant de traduire "opus" par "travail".

L'idée d'une énergie mécanique dégradée en chaleur est aussi avancée vers la fin de la *Dynamica* pour assurer phénoménologiquement l'égalité de la cause pleine et de l'effet entier (II, cap. 1, prop. 7). Une chaleur peut avoir une même force pour dilater qu'un mécanisme. Mentionner la chaleur est devenu nécessaire pour faire référence à la dégradation de l'énergie dans l'équipollence cause/effet. Leibniz peut alors avancer une définition du froid comme étant "ce dans quoi la force pour dilater l'air est plus petite que d'ordinaire".

En somme, d'après la dynamique leibnizienne, le mouvement violent est devenu naturel, tandis que le mouvement naturel inertiel est devenu métaphysique. Dans le cas de la conservation du produit de la masse et du carré de la vitesse, la force vive se consume dans le travail qu'elle rend, quel que soit le temps mis à cette diffusion extensive d'une grandeur intensive. Dans le cas de la conservation de l'action motrice, faut-il s'empresser d'ajouter, est donnée à considérer la conservation d'un effet dont la production ne consume aucunement la force qui s'exerce à travers lui. Elle est donc fonction du temps d'exercice et elle doit être considérée sur un intervalle de temps donné : (…) l'effet formel consiste dans le corps en mouvement pris en lui-même et ne consume point la force, et même il la conserve plutôt, puisque la même translation de la même masse se doit toujours continuer si rien de dehors ne l'empêche" (*Essay de dynamique*, vers 1700, § 10).

Il s'agit donc d'un mouvement qui a tous les caractères d'une mouvement inertiel, mais qui est étayé par une conception extrêmement différente de l'inertie newtonienne, puisque, d'après les *dynamica*, il faut l'implication d'une force pour assurer la conservation d'un mouvement rectiligne à vitesse uniforme. Il ne peut donc s'agir d'une indifférence au changement. Vu sous cet angle, la première partie de la *Dynamica de potentia* est consacrée à l'étude des conditions d'un tel mouvement dit "*per se*", c'est-à-dire qui n'est en rien altéré par l'exercice du mouvement dans un système exposé aux effets de la gravité.

La conservation de l'action motrice intègre bien celle de la force vive, mais les attendus de sa mesure renverse la conservation de la force. Dans ce dernier cas, la force se consume et sa mesure est conservée par le travail qu'elle produit quel que soit le temps d'exercice. Dans le cas de l'action, l'effet formel, soit le transport d'une masse sur une longueur ou un espace donné, n'épuise pas la force, tout en devenant fonction du temps d'exercice. On ne rencontre donc pas l'inertie, dans les *dynamica*, comme chez Newton ou Huygens, sous la forme d'un énoncé principiel. Dans la mécanique de Huygens, principe d'inertie et relativité du mouvement se trouvent étroitement corrélés. Dire que le mouvement - si l'on excepte le mouvement circulaire - est relatif, c'est présumer qu'il y a équivalence des hypothèses quand on passe d'un système en mouvement rectiligne uniforme à un autre défini encore de la sorte.

On peut préférer la logique vivante de l'invention presque hirsute du *De concursu corporum* aux fastidieuses démonstrations synthétiques de la *Dynamica de potentia*.

Compléments

La restitution par M. Fichant de la dynamique réformée concerne la "nouvelle mécanique" inventée en janvier-février 1678, quand Leibniz fixe l'estime des forces vives rendue publique en 1686. Il s'agit donc d'un document de première importance pour l'histoire des sciences, dont ne disposait pas le grand ouvrage de Martial Gueroult : Gottfried Wilhelm Leibniz - *La réforme de la dynamique : De corporum concursu (1678) et autres textes inédits*, édition, présentation, traductions et commentaires par Michel Fichant, Paris, Vrin 1994. Les variantes ne sont pas systématiquement incluses dans un texte déjà profus à souhait. Les erreurs de calcul sont signalées et rectifiées, mais tous les passages concernés à cet égard ne sont pas systématiquement traduits. Les traductions sont encadrées dans le corps du commentaire. François Duchesneau ne peut que renvoyer, pour cette étape, à *La réforme de la dynamique*. On n'en concluera pas pour autant à l'obsolescence de *Dynamique et métaphysique*, dont nous sommes tous débiteurs pour l'approche de la mécanique leibnizienne à partir des recherches de Huygens et de Mariotte. Mais les apports de Wallis, avec la mesure de la force élastique dans la détermination provisoire d'une "force de percussion", et de Mariotte, en particulier décisive pour le protocole expérimental schématisant la loi d'équipollence par un système de pendules, enrichissent notablement notre connaissance de cette genèse.

L'introduction esquisse comme un précis des lois du choc au XVIIème. Elle rend justice à la "force" cartésienne contre Leibniz lui-même quand il l'a identifiée à la quantité de mouvement. L'auteur revient sur l'événement que constitue la publication par Wren et Wallis en janvier 1669, dans les *Philosophical Transactions*, des lois du choc élastique et inélastique. Les règles de Huygens données en mars au *Journal des Sçavants*, dont la lecture "tourne l'esprit de Leibniz" et détermine une nouvelle vocation, se fondent implicitement sur un changement de repère, exposable par la méthode du bateau, pour des corps déclarés durs, mais susceptibles de rejaillissement. Huygens y reconnaît ce que Leibniz nommera la "quantité de progrès" orientée (règle 5) et il réserve la "quantité de mouvement" à l'acception scalaire cartésienne. La règle 6 laisse percevoir la consevation de mv2, sans qu'elle représente pour autant une invariance fondamentale.

On détient par là le point de départ véritable des interrogations leibniziennes, depuis une analyse de la corporéité qui distingue le corps rationnel dépourvu d'élasticité et du poids, de l'ordre des manifestations nommées "concrètes" en 1670-1671. A propos des deux *Theoriae motus*, M. Fichant insiste sur la fonction d'une métaphore juridique et politique, tenant l'ordre concret pour celui où le mouvement a dépassé son "état de nature", quand il s'effectue dans le vide, libre de tout empêchement et uniformément gouverné par la seule composition arithmétique des *conatus*. Elle importe en ce qu'elle déplace "la hiérarchie de instances explicatives au profit de la rationalité supérieure du "système" (p. 41), soit de l'économie des raisons concrètes. Des textes de la fin du séjour parisien (1675-1676), intitulés *De summa rerum* dans l'édition académique, on retient ici le *Pacidius Philalethi*, parce que le *De corporum concursu* en rejoint la même conclusion occasionnaliste : les corps se trouvent pareillement dessaisis de la spontanéité du mouvement, avant que n'intervienne la réhabilitation des formes substantielles (1679). Il en ressort que certaines variables dans la constitution du système leibnizien ne sont pas liées, comme on l'a cru. La conservation de mv2 justifiera la spontanéité substantielle, quand une autre réforme sera en vue, celle-là même de la philosophie première.

Le terme de *reformatio* s'impose à Leibniz pour désigner, dans les reprises marginales de son premier jet du *De corporum concursu*, la résolution de l'incompatibilité entre l'invariance hugonienne de la translation du centre de gravité commun avant et après le choc, et la conservation scalaire de la quantité de mouvement. Les dix *schedae* (auxquelles ne correspondent pas forcément la nécessité d'un thème) datées de janvier 1678, de janvier et février 1678 pour la dernière, comportent ainsi deux feuillets rajoutés, les *schedae secundo-secunda* et *secundo-sexta*, préparant le tournant de la *scheda octava*. En effet, la première partie du *De corporum concursu*, jusqu'à la *scheda* 7, est dominée par la force mesurée selon mIvI, pour des corps parfaitement durs et susceptibles de rebond dans le cas simple du choc rectiligne, Leibniz faisant abstraction de l'élasticité, sinon de la masse. Cette première théorie apparaît incompatible avec la "loi admirable"découverte par Huygens (l'invariance de la translation du centre de gravité). La seconde théorie développée par les *schedae* 5 et 6 reprend la question en forgeant une "force de percussion", ce qui est mal dire pour l'analyse du processus de déformation élastique, avant que la *scheda* 7 n'engage dans l'analyse du choc rectiligne simple la loi de l'équipollence. La seconde partie, où la force est mesurée par le produit mv2, aboutit aux trois équations de la dynamique constituée.

Section 1. La théorie du choc direct rectiligne, dont l'équation fondamentale représente la conservation de la somme des quantités de mouvement absolues, m1Iv1I + m2Iv2I = m1Iv'1I + m2Iv'2I appliquée aux corps durs non-élastiques - bien que susceptibles de rebondissement -, admet trois théorèmes généraux. (1) Des corps égaux qui concourent se meuvent après le choc en échangeant leurs vitesses. Il ne sera ensuite plus question que du cas de concours des corps inégaux. (2) La vitesse résiduelle d'un poursuivant atteignant un corps plus petit est à la vitesse d'atteinte comme la différence des corps est au corps choquant plus grand. (3) Un corps plus grand atteignant un corps plus petit au repos, lui communique la vitesse qu'il possédait, mais non la force. Trois nouveaux théorèmes remarquables résultent de (3) : (a) le centre de gravité se déplace avant et après le choc à la même vitesse ; (b) la distance des corps avant le concours est, par rapport à la distance acquise après un même intervalle de temps, comme le corps choquant au corps choqué. Enfin (c) est qualifié de *mirum* : la distance du choqué au centre de gravité commun est égale après le concours à la distance du corps choquant au même centre avant le concours.

Dans le cas d'un corps plus grand atteignant un corps plus petit qui se déplace devant lui, Leibniz a tort de restreindre la portée d'une formule plus générale (la puissance divisée par la somme des corps donne la vitesse du centre de gravité). Cette généralité est reconnue lorsqu'on lit algébriquement l'addition des quantités de mouvement. Leibniz manque de ce fait l'équivalence entre l'invariance du centre commun de gravité et la conservation relative de la quantité de mouvement.

Cette section 1 intéresse encore par la pratique de représentations diagrammatiques, encore tâtonnantes, simplificatrices, à partir desquelles il conviendrait de rattacher, dans leur genèse, les lignes *monstrosa* et *concinna* mises en contraste en 1692 dans les *Animadversiones ad partem generalem Principium Cartesianorum* (GP IV, 382).

Section 2. Dans la combinatoire des cas, Leibniz suit une progression du simple au composé. Pour le cas où un corps plus petit et plus rapide rattrape le plus grand qui le précède, il a recours à un "lemme d'inversion" emprunté à Mariotte (*Traité de la percussion ou du Chocq des corps*, 1673, I, prop. xx). D'après ce dernier, après le choc direct de corps égaux ou inégaux, tous deux en mouvement ou non, il existe un second choc rétablissant la distribution initiale des mouvements. Le lemme vérifie à la fois la conservation des forces et celle de la translation du centre de gravité. Leibniz l'assigne à un cas particulier, avant d'y reconnaître, après la Réforme, vectrice de généralisation, une équivalence fondamentale en ce qui concerne le choc direct limité à deux corps. La reproduction de la cause par l'effet deviendra corollaire de la loi d'équipollence. Leibniz envisage aussi de réunir l'ensemble des cas pour en extraire une généralisation susceptible d'être mise en équation. Mais lorsque le calcul mène à ce que le centre de gravité commun ne conserve pas le même déplacement avant et après le choc, il est remarquable qu'il s'interdise d'avance de renoncer à la loi hugonienne ("pourtant il n'y a rien qui puisse m'écarter de cette opinion", lit-on p. 206 de la traduction). Ceci caractérise son attitude générale au cours de l'invention des règles du choc, soit baliser les solutions possibles par des résultats tenus *ne varietur* pour incontestables.

Section 2-2 (rédigée entre la *scheda* 8 et la *scheda* 9). Elle permet de préciser la structure logique de la réforme, à propos du cas où un corps plus petit rejaillit après le heurt d'un corps plus grand au repos (p. 209). L'incompatibilité de la conservation de mIvI avec la translation du centre de gravité et des distances est clairement posée, et renvoyée à Descartes pour la première fois dans le manuscrit. La rectification du calcul aboutit à combiner avec la même certitude devant leur beauté et leur harmonie les trois équations de l'*Essay de dynamique sur les lois du mouvement* (1699-1700).

Section 3. Elle importe pour l'émergence cette fois explicite du principe de continuité, lequel organise six lemmes faisant varier la résolution du cas où le corps plus petit atteint le plus grand qui le devance. Vont varier corrélativement les états de mouvement avant et après le choc, du point de vue des variations des deux composantes de la vitesse. Sur le même plan que la loi hugonienne, il y a derechef "balise" des liaisons avant toute solution numérique particulière, dans les termes même du principe de l'ordre général (1687). Si, contre Descartes, en juin 1679, son usage critique prévalait dans une lettre à Craanen (A II, 1, 470), toutefois le principe relève-t-il préalablement de l'*ars inveniendi*.

Scheda 4. La recherche engagée à la fin de la section 3 pour le cas où un corps plus grand est rattrapé par un corps plus petit, est poursuivie. A la différence des cas d'atteinte où le corps rattrapé est égal ou plus petit (toutes les quantités de mouvement restent de même signe), vérifiant la conservation de leurs valeurs scalaires, le corps poursuivant plus petit se trouve répercuté. Il en résulte une composition de sa vitesse qui doit soustraire une partie de sa quantité de mouvement pour respecter l'invariance finale. La détermination de cette troisième composante de vitesse donne lieu à une réflexion méthodologique. L'équation du choc doit être telle qu'elle appartienne à une famille de cas compatibles entre elles par leur forme. Leibniz en vient à écrire que "tout ce qui est égal peut être conçu comme plus grand d'un excès infiniment petit" (p. 228).

Section 5. Cette section est caractérisée par l'abandon de la première théorie et les premières recherches sur la force de percussion (ou force élastique). La *scheda* 5 ébauche des calculs décevants, alors que la *scheda* 6 élabore le problème général du concours en fonction de la percussion. Des équations nouvelles du choc intègreront la force de percussion dans la détermination des vitesses résultantes.

Plus exactement, à quoi tient l'insuffisance de la première théorie ? La première difficulté avait été aperçue dans le cours de la *scheda* 2-2. En cas de rejaillissement du corps choquant, la translation du centre de gravité n'est pas conservée. Une seconde difficulté apparaît à propos du calcul de v'2 lorsque le corps heurté est en mouvement, ce qui conduit Leibniz à l'abandon de cette première théorie et à prendre en compte la percussion. Une troisième difficulté tient au cas où un corps plus grand heurte un corps plus petit en repos ; celui-ci reçoit la vitesse du choc sans que l'inégalité des grandeurs joue quelque rôle, tant que m1 > m2. Dans la 2ème partie de la *scheda* 6-2, la force de percussion tentera de combler cette lacune. Sans la percussion, les corps iraient de concert après le choc au cours de l'atteinte, à une vitesse commune. Cette vitesse d'entraînement (*abreptio*), m1v1 / m1 + m2, correspond à la règle du choc non-élastique donnée par Wallis. Leibniz va essayer de déterminer la force de la percussion à partir de cette vitesse commune. Il faut prendre garde à ce que la forme v2 note simplement dans ces lignes une force à deux dimensions, telle que mIvI, la percussion utilisant une partie de cette force pour produire son effet propre. v2 représentant la force totale, la force résiduelle quand il y a percussion est représentée par ae+bi-p2, avec p2 pour symbole de la force de percussion. Dans le cas où m1 = m2 avec m2 en repos, la force de percussion vaut la moitié de mIvI. Leibniz avance aussi le calcul de cette force pour le cas où m1 (< m2) rattrape m2.

Section 6. Leibniz y propose une théorie mathématique du choc incluant la percussion, toujours reconnue par une voie de variations méthodiques. Puis il développe de façon erronée le calcul des vitesses résultantes après le choc, dans le cas de l'atteinte avec un corps au repos plus grand, erreurs reprises dans la *scheda* 6-2. Les valeurs numériques issues des résultats théoriques, confrontées aux résultats expérimentaux, vont provoquer la réforme.

La percussion relève d'un usage particulier de Leibniz par rapport aux autres mécaniciens qu'il a pu lire. En 1673, Mariotte avait assimilé choc et percussion, cette dernière désignant chez lui l'effet du "ressort". Mariotte définit le choc inélastique par la conjonction de deux corps après le choc, cas où $V = mIvI + m2v2 / m1 + m2$, dans le sens de la translation du centre de gravité commun. L'effet du ressort revient à la conservation de la vitesse relative d'approche, redistribuée en raison inverse des poids des corps, avec inversion du sens de déplacement. Les vitesses résultantes composent les deux facteurs précédents. A tort, Leibniz va rejeter la proposition de Mariotte selon laquelle la force de percussion est la même pour une même vitesse relative. La force de percussion va être mesurée par la force ou la quantité de mouvement acquise par un corps en repos, du fait de la vitesse d'entraînement qu'il aurait reçue sans la percussion (soit $(m1m2 / m1+m2).\ v1$) L'identité de la percussion pour la même vitesse relative d'approche avant le choc valait, selon Mariottte, pour le choc mou comme pour les corps élastiques. Après la réforme, Leibniz se rendra compte de l'incompatibilité du principe général de Mariotte avec la conservation scalaire de la quantité de mouvement.

La singularité de la démarche leibnizienne s'éclaire encore par référence à Wallis, dont la *Mechanica : sive de Motu, Tractatus geometricus*, (II, chap. 10), à propos du choc dur sans rejaillissement, donne une formule de la "grandeur du choc" égale au double du "moment" (produit de la vitesse et du poids) perdu par le corps le plus fort. Au chapitre 13, l'élasticité enveloppe une *vis restitutiva*, la pression du corps heurtant s'exerçant jusqu'à ce que la force élastique (*vis insita*) devienne équipollente à la force comprimante. La force du choc est annihilée quand le corps heurtant est réduit au repos. Puis la force élastique libère ses effets pour rendre au corps heurtant une vitesse égale et de sens contraire à la vitesse antérieure. Il en résulte, du côté leibnizien, une seconde confusion, puisque ses calculs retrouvent seulement la moitié de la force du ressort wallisien.

Leibniz s'en va rechercher les deux composants de p2, note qu'il attribue à la force de percussion dont la première dimension *w*, ou vitesse *residua*, revient à la différence de la force mIvI et de la moitié de la grandeur du choc wallisienne. Quelles vitesses résultantes, après le choc où il y a percussion élastique, pour le cas le plus simple, de l'atteinte pour un corps au repos, s'ensuivent ? La vitesse commune, ou première composante des vitesses résultantes après le choc, est déterminée par $w = (m2 / (m1+m2)2)v1$, c'est-à-dire la vitesse avec laquelle les corps se déplacent ensemble après le choc, sans tenir compte de l'effet de percussion. Leibniz accorde à m1 une double tendance, l'une selon laquelle il avance à la vitesse *w*, l'autre en vertu de laquelle il recule à la vitesse $p2 / 2m1$, qui partage la force de percussion. Si $m1 > m2$, m1 avance dans le même sens après et avant le concours, tandis qu'il recule si $m1< m2$, et que, si $m1=m2$, il restera en repos. Détruite en m1, la plus petite des tendances *w* ou $p2/2m1$, est transférée deux fois en m2, ce qui est justifié pour conserver la somme des quantités de mouvement. Leibniz commet, en manipulant les signes "ambigus", quelques erreurs sur lesquelles la *scheda* 6-2 revient, tout en restant dans ce cadre conceptuel erroné.

Section 6-2. Après la présentation d'un nouveau calcul, y a lieu une confrontation de leurs résultats et des relevés expérimentaux, ce qui mène à l'établissement de la réforme. La révision du calcul des vitesses résultantes de la percussion prolonge la même confusion conceptuelle que dans la section précédente, la force de percussion leibnizienne n'étant que la moitié de la force restitutive mesurée par Wallis. La deuxième partie avance le tableau I (pp. 130-131 dans le texte latin). Sur la base des nouvelles équations des vitesses résultantes, Leibniz calcule les vitesses v'1 et v'2, dans le cas de heurt d'un corps en repos heurté par un corps de grandeur égale ou supérieure. Leibniz y trouve confirmation que les valeurs de la quantité de mouvement avant et après le choc, pour le coup "descente" et "ascension", sont bien égales. Le montage expérimental (fig. 11) organisant les percussions entre deux pendules est semblable à ceux exposés déjà par Wren et Mariotte. Le tableau II (pp. 132-133) compare les résultats issus du calcul et les effets observés. Les décalages sont d'abord attribués à l'insuffisante restitution du ressort par un matériau tel que le bois, qui tient le milieu entre un corps mou et un corps dur. Leibniz n'hésite pas à décider de la fausseté des "systèmes" de Huygens, Wren, Wallis et Mariotte : s'il est certain que la quantité de mouvement ne s'accroît pas, "on trouve qu'il se perd toujours quelque force dans l'expérience" (p. 268). La correction après la réforme se manifeste dans un troisième tableau (pp. 135-136 du texte latin). Mais ce tableau III est motivé par la réforme, et non l'inverse ! Leibniz n'y élève au carré que des valeurs découlant d'équations fausses.

Reprenant de façon critique les résultats précédents, Leibniz va préciser la métaphysique du mouvement, tout en soutenant que la force ne doit pas être estimée par le produit de la vitesse et de la grandeur, mais par la hauteur d'où les corps descendent, ou de la raison doublée des vitesses. Dans le conflit qui surgit entre les données expérimentales et les résultats calculés a priori par Galilée, avant la *Brevis demonstratio*, on découvre une nouvelle "balise" tenue pour inébranlable quels que soient les avatars du calcul. Leibniz assure de la contingence des lois naturelles. La relation des vitesses aux hauteurs serait différente dans un autre système du monde. Par là se reconnaît la touche occasionnaliste : la cause très sage du monde n'est-elle pas à même de se souvenir de la hauteur à laquelle les corps descendaient ?

Section 7. La remise en ordre des résultats précédents amorce une troisième théorie du choc, ressaisie depuis la loi d'équipollence. L'auteur donne ici une synthèse remarquable quant à la portée de ce principe, depuis les textes de 1676. L'implication de la cause dans l'effet constitue une première version du principe des indiscernables (A VI, 3, 390). La loi, relation d'équivalence au sens moderne, autorise une métrique et fonde les équations. Elle désigne encore la capacité de reproduction d'un effet dans une "algèbre mécanique". Principe a priori, son établissement passe par l'analyse de ses notions. En mécanique, l'archétype de l'effet sera l'élévation d'un corps à une hauteur donnée. La formalité de la réforme était donc en germe dès 1676. Cependant, deux mesures opposées de la force, en mv ou mv2, pouvaient donner lieu à deux voies d'application divergentes. Dans le *De corporum concursu*, le principe d'équipollence enchaîne plus précisément un principe tendanciel de similitude et de minimisation entre deux états de monde (p. 293). Leibniz parvient à une définition rigoureuse du monde comme machine, ou système fermé. C'est à ce niveau du mécanisme universel que Leibniz est encore tenté d'assumer la conservation cartésienne du mouvement.

La *scheda* 7 n'a avancé aucun calcul. Leibniz, à partir de réflexions sur les similitudes, se propose encore finalement d'annoncer, sur la base de ces nouveaux principes, une mesure nouvelle pour la force de percussion.

Section 8. La définition de la force par la quantité d'effet associée à la mesure galiléenne de la vitesse d'un corps en ascension est la conséquence de la réforme. La dynamique a posteriori est fondée par l'invariance de mv2, sans qu'il se remarque d'extension métaphysique, ou de distinction des forces mortes et vives. Comment a procédé la réforme ? Elle tient autant à l'éclaircissement des implications entre propositions mécaniques, lorsque certaines d'entre elles sont exceptées de toute remise en question, qu'à la confrontation des résultats du calcul avec les données expérimentales. Un troisième facteur d'invention tient à l'intervention de l'équipollence en harmonie avec le dispositif expérimental. Il "n'y a là ni "falsificationnisme" ni d'ailleurs son "jumeau vérificationniste", ni inductivisme mais invention d'une correspondance réglée qui associe un principe général ("métaphysique") à son schème d'application au réel", écrit Michel Fichant (p. 306).

La conservation de la "force respective" devient la condition de conservation de la force absolue. L'ange du discernement, remarquable en d'autres lieux leibniziens, intervient ici. Pour un ange dépourvu de la connaissance du mouvement, les apparences devraient être conservées identiques.La conservation de la vitesse relative assure la reprise de la théorie du choc direct élastique. A quelle occasion un des mobiles sera-t-il réduit au repos, réfléchi ou bien continuera-t-il d'avancer ? Leibniz détermine ce problème en prenant le sens de translation du centre de gravité pour repère, soit généralement celle du corps choquant.

Section 9. Que la règle de conservation de la translation du centre de gravité ait été incontestée dans les étapes de la réforme, ne signifie pas qu'elle échappe à une double démonstration, fondée soit sur le principe de Pascal et Torricelli, démontrable lui-même par l'impossibilité du mouvement perpétuel, soit au moyen d'un dispositif hydrostatique tenant plutôt de l'expérience de pensée. Dans le dispositif avec une balance, sans la supposition de la conservation, il s'ensuivrait une oscillation perpétuelle des plateaux. Leibniz entend reformuler la "loi admirable" qu'il n'arrivait pas à concilier, durant l'année 1677, avec la somme scalaire des quantités de mouvement, pour l'appliquer à la rencontre oblique comme au choc mou.

Pour ce qui concerne le calcul de la force de percussion, est remarquable le souci de préserver l'homogénéité dimensionnelle, Leibniz introduisant la forme mv2 dans le calcul de la force résiduelle et de la force de percussion, suivant la formule : force totale - force résiduelle = force de percussion, où la force totale vaut mv2. Il entend par "force résiduelle" la force qu'ont ensemble deux corps mus à la vitesse du centre de gravité. Elle est nulle quand les vitesses des corps sont inversement proportionnelles à leurs grandeurs, ou quand le centre de gravité, immobile, est égal au centre de concours. Dans ce cas, la force de percussion emploie intégralement la force totale. Lorsque p2 = mv2, la vitesse relative d'approche se distribue en raison inverse des masses. Alors Leibniz peut conclure que si, de la force totale, on ôte la force de percussion, on parvient à la "force qu'ont les corps pour avancer", soit à la translation du centre de gravité multipliée par la somme des corps.

Cette conclusion de la *scheda* 9 se présente comme définitive. En effet, la *scheda* 10 semble plutôt résulter d'un rebondissement ultérieur. Dans un passage encore à rapporter aux synthèses futures (GM VI, 238-239), Leibniz va distinguer trois *conatus naturae*, concernant (1) la conservation pour le centre de gravité de la même translation, c'est-à-dire la "force directive" à venir, (2) sous l'aspect ascensionnel, la conservation de la "force absolue", et (3), la conservation de la "force respective".

Section 10. Datée de janvier et de février 1678, elle définit un programme de recherches, dans le prolongement de la théorie du choc direct (rencontre de plus de deux corps, de liquides, détermination de la force de frottement, résistance de l'air en balistique). En relève aussi le *De motu tractationis conspectus* de février 1678, comme si une fois entré en possession du résultat fondamental, il s'agissait d'en vérifier l'universelle portée. Leibniz y traite encore de l'objection du cas d'équilibre où les corps ne rejaillissent pas, lorsque m1/m2=v22/v12. Au moment du choc, l'action des corps est déterminée par les quantités vectorielles de mouvement, donc elles sont égales quand les quantités de mouvement sont égales. Il se produit un équilibre par compensation des forces mortes (m.dv). Mais étendu à d'autres cas, il en résulterait l'"abus de la doctrine statique". Le registre du système isolé est de nouveau distingué du monde où vaut la conservation de mIvI. Un intérêt supplémentaire de ce final concerne la première mention du "secret" de la conservation de mv2 tiré du choc oblique. L'égalité des quantités de mouvement, appliquées à un système de trois corps, deux corps égaux étant heurtés suivant la diagonale d'un carré dont les côtés prolongés donnent les directions, illustre l'application du théorème de Pythagore à la composition des mouvements. Leibniz reprendra souvent l'argument par la suite, lorsque sera discutée l'aprioricité de la dynamique.

Appendice I. Il donne aperçu du travail déployé le long de l'année 1677. Mais Leibniz ne pouvait alors pas dépasser des contradictions insurmontables. L'incompatibilité des deux équations, celle de la conservation scalaire du mouvement et celle de l'"irrésistible" invariance du centre commun de gravité, réunies dans un même système, lui échappe alors. Il ne peut d'autre part ramener à une formule unique le déplacement du centre de gravité, pris soit comme rapport de la somme, soit comme rapport de la différence des puissances à la somme de leur masse. Certains passages demeurent particulièrement remarquables, tel celui daté de mars 1677 où Leibniz ne reconnaît pas encore l'équivalence de l'invariance de la translation du centre commun de gravité avec la conservation de la quantité orientée de mouvement.

En juin 1677, le doute s'exerce sur la méthode du bateau. La conservation des apparences ne doit pas entraver la reconnaissance de quelque absolu dans le mouvement, qui intervient donc avant la reconnaissance de la force sous le produit mv2. Des effets mécaniques supplémentaires (la compression d'un ressort, en l'occurrence) sont attribuables à un corps apparaissant en repos parce qu'il se meut à une vitesse égale et de sens contraire à celle du bateau, conception que le commentaire reconduit à la première physique, où le repos n'était cause de rien. On y relève à l'occasion une notion disparaissant ensuite, telle celle de "centre de puissance", point partageant la ligne joignant les corps en raison réciproque des quantités de mouvement et non des poids, comme dans le cas du centre de gravité. Par application de la méthode du bateau, Leibniz parvient à l'écriture des équations classiques du choc direct parfaitement élastique, tout en déniant leur équivalence avec les règles données par Huygens, Mariotte, Wren et Wallis. A la fin de l'année1677, Leibniz songe à dresser un "catalogue d'expériences" visant à obtenir des heurts dénués de frottement. De janvier 1678, il constate clairement l'incompatibilité de l'équation comprenant mv de manière orientée, avec celle qui le comprend absolument.

- *Appendice II*. Après le *De corporum concursu*, peut-on encore sauver la conservation de la quantité de mouvement (1678-1679) ? Les *Lois de la Nature et observations à propos du mouvement* rappellent les grands acquis de la *reformatio*. D'une part, la conservation du mouvement se manifesterait dans l'instant, avant que cette considération ne vale plus loin pour un intervalle de temps. L'auteur indique là une source à étudier dans la genèse de l'action motrice. Le conflit des corps est distingué sous deux formes, une forme "violente" et celle qui se limite à la tendance, annonçant les deux genres à venir de force morte et vive. L'indiscernabilité des états de mouvement et de repos est affirmée en même temps que la loi de continuité, à l'égard de laquelle Descartes apparaît manifestement fautif. La constitution élastique de la matière coincide avec le domaine régi par la loi de continuité. Dans celui-ci, les changements insensibles sont assurés par ce qui est tenu déjà pour des "impressions mortes", étant entendu que pour le "système", du fait de la gravité, les corps se soumettent aux lois quadratiques de l'accélération.

Venons en à la structure de la section 4 de la Ière partie de la *Dynamica de potentia*, donc réservée à la dynamique simple, et incluant la démonstration a priori de la conservation de l'action motrice, précédant, la dynamique du système concret, partition qui redistribue finalement la *theoria motus abstracti et concreti,* si ce n'est que depuis les années 1670-1671 Leibniz est a été en mesure de placer la phoronomie abstraite sous la gouverne de l'action motrice, et de loger la dynamique du système concret à l'enseigne de la conservation de la puissance.

De ce point de vue, Gueroult n'avait peut-être pas tort de voir dans la démonstration a priori une reprise de ce clivage initial. La locution de "dynamique" subsume alors un traitement cinématique des équations de conservation auquel correspond la démonstration a priori, alors que la dynamique du système concret rassemble la considération des forces et, en ce sens, elle est une dynamique au sens ultérieur (en mettant D'Alembert entre parenthèses) et insiste sur la théorie du centre de gravité, ce qui se comprend puisque cette notion permet de passer du concours des corps à la statique. La dynamique s'achève sur des considérations sur les lois du choc élastique, place, donc, du *De corporum concursu*, titre d'ailleurs exact de la troisième section de la seconde partie, Leibniz n'ayant pas eu le temps, semble-t-il, de développer une quatrième section qui aurait pu être une reprise du dialogue *Phoranomus* qui roule sur les machines simples.